PARAMÉTERES PRÓBÁK

Szórásra, varianciára vonatkozó próbák

Mennyire egységes (egyforma)? Mennyire homogén? Mekkora az ingadozása?

Egy minta esetén: ***X^2-próba varianciára***

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az alapsokaság varianciája egy feltételezett (hipotetikus) σ_0^2-tel megegyezik?

H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$

H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\sigma^2 < \sigma_0^2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\sigma^2 > \sigma_0^2$ (egyoldali e.h.)

Feltétel: az alapsokaság normális eloszlású.

Feltétel ellenőrzése: normalitásvizsgálat.
H_0: a változó eloszlása normális.
H_1: a változó eloszlása nem normális.
Módszer: Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt

Számított érték: $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2}$, ahol n a mintaelemszám, s^2 a mintából becsült variancia.

Ez *n–1 szabadsági fokú X^2-eloszlást* követ, innen kaphatjuk a kritikus értéket (az α = 0,05 vagy α = 0,01 szignifikanciaszint felhasználásával), vagy a p-értéket / szignifikanciát (a számított X^2-érték felhasználásával).

Példa

X^2-próba varianciára – ***döntés p-érték alapján***

Space Star karfiol fejátlagtömegét vizsgáljuk (kg/db). Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a fejátlagtömeg szórásnégyzete nem haladja meg a 0,006 kg-ot?

H_0: $\sigma^2 = 0{,}006$

H_1: $\sigma^2 > 0{,}006$ ⟶„meghaladja”: EGYOLDALI ELLENHIPOTÉZIS

Nem vagyunk rá kíváncsiak, hogy egyenlő vele vagy kisebb, csak arra, hogy nagyobb-e!!!

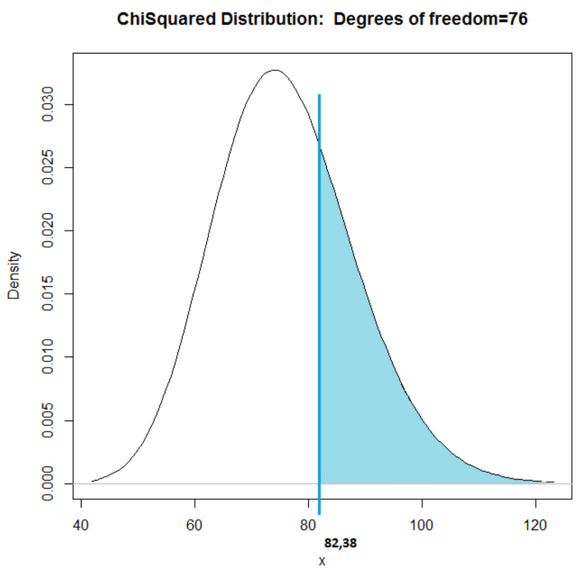
próba: X^2-próba varianciára

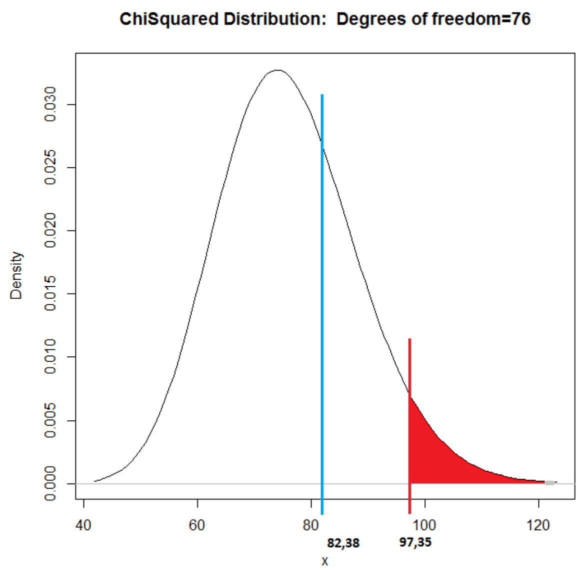
feltétel: normalitás (Shapiro-Wilk próba: p = 0,1567 > 0,05 = α, teljesül)

(számított érték: X^2 = 82,3753) ***p = 0,2887 > 0,05 = α***

p nagyobb, mint α, a nullhipotézist megtartjuk.

A Space Star karfiol fejátlagtömegének varianciája minta alapján nem haladja meg a 0,006 kg-ot.





X^2-próba varianciára – ***döntés kritikus érték alapján***

Space Star karfiol fejátlagtömegét vizsgáljuk (kg/db). Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a fejátlagtömeg szórásnégyzete nem haladja meg a 0,006 kg-ot?

H_0: $\sigma^2 = 0{,}006$

H_1: $\sigma^2 > 0{,}006$ ⟶„meghaladja”: EGYOLDALI ELLENHIPOTÉZIS

Nem vagyunk rá kíváncsiak, hogy egyenlő vele vagy kisebb, csak arra, hogy nagyobb-e!!!

próba: X^2-próba varianciára

feltétel: normalitás (Shapiro-Wilk próba: $p = 0{,}1567 > 0{,}05 = \alpha$, teljesül)

számított érték: $X^2 = 82{,}3753$

kritikus érték: $\alpha = 0{,}05$ mellett $X^2_{krit} = 97{,}3510$

A számított érték nem esik a kritikus tartományba, a nullhipotézist megtartjuk.

A Space Star karfiol fejátlagtömegének varianciája minta alapján nem haladja meg a 0,006 kg-ot.

(Példa vége)

Két minta esetén: **F-próba**

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság varianciája megegyezik?

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: Az alapsokaságok (külön-külön) normális eloszlásúak.

Feltétel ellenőrzése: **KETTŐ DARAB** normalitásvizsgálat.
H_0: a változó eloszlása normális.
H_1: a változó eloszlása nem normális.
Módszer: Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt

A minták függetlenek. (Helyes mintavétel esetén teljesül, statisztikailag nem ellenőrizzük.)

Számított érték: $F = \frac{s_1^{*2}}{s_2^{*2}}$, ahol s_1^{*2} és s_2^{*2} a mintákból becsült varianciák (s_1^{*2} a nagyobb)

Ez *($n_{számláló}-1$, $n_{nevező}-1$) szabadsági fokokkal F-eloszlást* követ. Innen kaphatjuk a kritikus értéket (az α szignifikanciaszint felhasználásával), vagy a p-értéket/szignifikanciát (a számított F-érték felhasználásával).

Hasonlítsuk össze a Brödtorp és a Wellington ribizlifajták gyümölcshúsban található C-vitamin-tartalmát (mg/100g)! Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a két fajta C-vitamin-tartalmának ingadozása megegyezik? (p = 0,02)

Több minta esetén: **Levene-próba** *VAGY* **Bartlett-próba**

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az összes – a vizsgálatban szereplő – alapsokaság varianciája megegyezik?

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$

H_1: vannak olyan i, j indexek, amelyekre $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ (az i. alapsokaság és a j. alapsokaság varianciája nem egyezik meg), *azaz nem mindegyik variancia egyenlő*

Ez nem jelenti, hogy mindegyik különbözik mindegyiktől, csak annyit, hogy nem mind egyformák!

Feltétel: Független minták (páronként).

Bartlett-próbánál: normális eloszlású alapsokaság.

Várható értékre vonatkozó próbák

Mekkora (az értéke)? Ugyanakkora-e? Nagyobb-e?

Egy minta esetén: ***egymintás t-próba***

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az alapsokaság várható értéke egy feltételezett (hipotetikus) μ_0-lal megegyezik?

H_0: $\mu = \mu_0$

H_1: $\mu \neq \mu_0$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu < \mu_0$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu > \mu_0$ (egyoldali e.h.)

Feltétel: az alapsokaság normális eloszlású.

Feltétel ellenőrzése: normalitásvizsgálat.
H_0: a változó eloszlása normális.
H_1: a változó eloszlása nem normális.
Módszer: Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt

Számított érték: $t = \dfrac{\overline{x} - \mu_0}{s^* / \sqrt{n}}$, ahol $\overline{x}$ a mintaátlag, n a mintaelemszám, s* a mintából becsült szórás.

Ez n–1 szabadsági fokú t-eloszlást (Student-eloszlást) követ, innen kaphatjuk a kritikus értéket (az $\alpha = 0{,}05$ vagy $\alpha = 0{,}01$ szignifikanciaszint felhasználásával), vagy a p-értéket / szignifikanciát (a számított t-érték felhasználásával).

Példa

Egymintás t-próba – ***döntés p-érték alapján***

Space Star karfiol fejátlagtömegét vizsgáljuk (kg/db). Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a fejátlagtömeg értéke 1,64 kg?

H_0: $\mu = 1{,}64$

H_1: $\mu \neq 1{,}64$

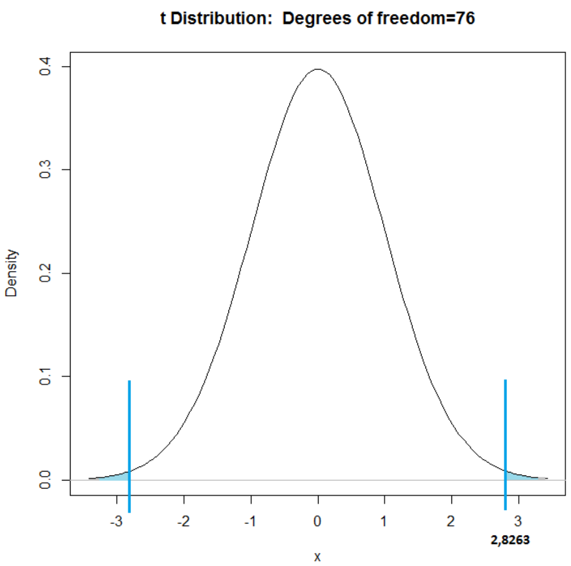
próba: egymintás t-próba

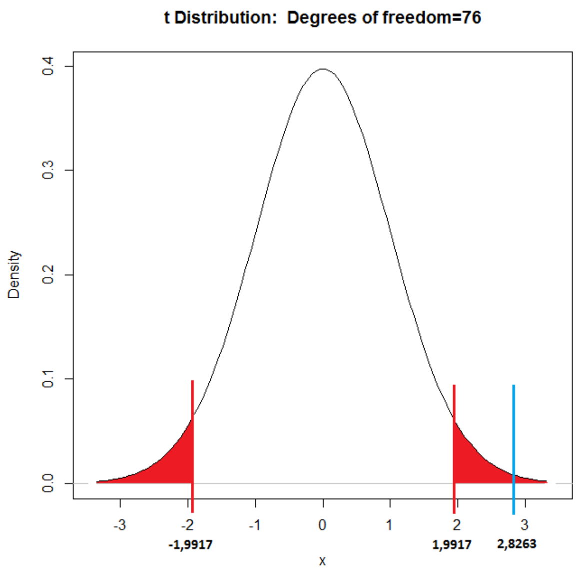
feltétel: normalitás (Shapiro-Wilk próba: p = 0,1567 > 0,05 = α, teljesül)

(számított érték: t = 2,8263) ***p = 0,0060 < 0,05 = α***

p kisebb, mint α, a nullhipotézist elvetjük.

A Space Star karfiol fejátlagtömege a minta alapján nem tekinthető 1,64 kg-osnak.





*Egymintás t-próba – **döntés kritikus érték alapján***

Space Star karfiol fejátlagtömegét vizsgáljuk (kg/db). Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a fejátlagtömeg értéke 1,64 kg?

H_0: $\mu = 1{,}64$

H_1: $\mu \neq 1{,}64$

próba: egymintás t-próba

feltétel: normalitás (Shapiro-Wilk próba: $p = 0{,}1567 > 0{,}05 = \alpha$, teljesül)

számított érték: $t = 2{,}8263$

kritikus értékek: $\alpha = 0{,}05$ mellett: $t_{krit} = \pm 1.9917$

A számított érték a kritikus tartományba esik, a nullhipotézist elvetjük.

A Space Star karfiol fejátlagtömege a minta alapján nem tekinthető 1,64 kg-osnak.

(Példa vége)

Két független minta esetén: **Welch-próba** *(a kétmintás t-próba egy speciális esete, korrekciót tartalmaz arra vonatkozóan, hogy a két alapsokaság varianciája különbözhet egymástól)*

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság várható értéke megegyezik?

H_0: $\mu_1 = \mu_2$

H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu_1 < \mu_2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu_1 > \mu_2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: Az alapsokaságok (külön-külön) normális eloszlásúak.

Feltétel ellenőrzése: **KETTŐ DARAB** normalitásvizsgálat.
H_0: a változó eloszlása normális.
H_1: a változó eloszlása nem normális.
Módszer: Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt

A minták függetlenek. (Helyes mintavétel esetén teljesül, statisztikailag nem ellenőrizzük.)

Számított érték: $t = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}}}$, ahol $\bar{x}_1$ és $\bar{x}_2$ a mintaátlagok, s_1^2 és s_2^2 a mintákból becsült varianciák, n_1 és n_2 a mintaelemszámok. Ez $df = \dfrac{\left(\dfrac{s_1^2}{n_1} + \dfrac{s_2^2}{n_2}\right)^2}{\dfrac{s_1^4}{n_1^2(n_1-1)} + \dfrac{s_2^4}{n_2^2(n_2-1)}}$ szabadsági fokú t-eloszlást követ. Innen kaphatjuk a kritikus értéket (az α szignifikanciaszint felhasználásával), vagy a p-értéket/szignifikanciát (a számított t-érték felhasználásával).

Hasonlítsuk össze a Brödtorp és a Wellington ribizlifajták gyümölcshúsban található C-vitamin-tartalmát (mg/100g)!
a) Elfogadható-e az a hipotézisünk, hogy a két fajta C-vitamin-tartalma megegyezik?
b) Igaz-e, hogy a Brödtorp ribizli C-vitamin-tartalma szignifikánsan kisebb, mint a Wellingtoné?

Két (páronként) összefüggő minta esetén: **páros t-próba**

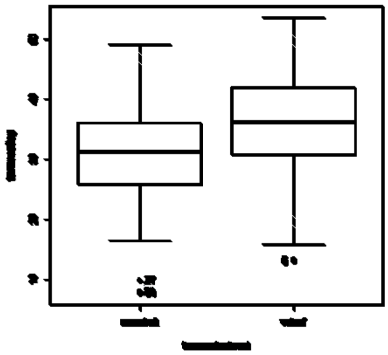
Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság várható értéke megegyezik?

H_0: $\mu_1 = \mu_2$

H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu_1 < \mu_2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu_1 > \mu_2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: A különbségváltozó normális eloszlású.

Feltétel ellenőrzése: (egy darab) normalitásvizsgálat a **különbségváltozóra**.
H_0: a különbségváltozó eloszlása normális.
H_1: a különbségváltozó eloszlása nem normális.
Módszer: Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt



Technikailag: egymintás t-próba a különbségváltozóra!

Hasonlítsuk össze a vetésforgóban és monokultúrában termesztett paradicsom termésátlagokat (t/ha)!