PARAMÉTERES PRÓBÁK

Szórásra, varianciára vonatkozó próbák

Mennyire egységes (egyforma)? Mennyire homogén? Mekkora az ingadozása?

Egy minta esetén: ***X^2-próba varianciára***

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az alapsokaság varianciája egy feltételezett (hipotetikus) σ_0^2-tel megegyezik?

H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$
H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\sigma^2 < \sigma_0^2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\sigma^2 > \sigma_0^2$ (egyoldali e.h.)

Feltétel: az alapsokaság normális eloszlású.

Feltétel ellenőrzése: normalitásvizsgálat.

Két minta esetén: **F-próba**

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság varianciája megegyezik?

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: Az alapsokaságok (külön-külön) normális eloszlásúak.
Feltétel ellenőrzése: **KETTŐ DARAB** normalitásvizsgálat.

Több minta esetén: **Levene-próba** *VAGY* **Bartlett-próba**

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az összes – a vizsgálatban szereplő – alapsokaság varianciája megegyezik?

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$
H_1: vannak olyan i, j indexek, amelyekre $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ (az i. alapsokaság és a j. alapsokaság varianciája nem egyezik meg), *azaz nem mindegyik variancia egyenlő*

Várható értékre vonatkozó próbák

Mekkora (az értéke)? Ugyanakkora-e? Nagyobb-e?

Egy minta esetén: ***egymintás t-próba***

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az alapsokaság várható értéke egy feltételezett (hipotetikus) μ_0-lal megegyezik?

H_0: $\mu = \mu_0$
H_1: $\mu \neq \mu_0$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu < \mu_0$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu > \mu_0$ (egyoldali e.h.)

Feltétel: az alapsokaság normális eloszlású.

Feltétel ellenőrzése: normalitásvizsgálat.

Két független minta esetén: **Welch-próba** *(a kétmintás t-próba egy speciális esete, korrekciót tartalmaz arra vonatkozóan, hogy a két alapsokaság varianciája különbözhet egymástól)*

Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság várható értéke megegyezik?

H_0: $\mu_1 = \mu_2$
H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu_1 < \mu_2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu_1 > \mu_2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: Az alapsokaságok (külön-külön) normális eloszlásúak.
Feltétel ellenőrzése: **KETTŐ DARAB** normalitásvizsgálat.

Két (páronként) összefüggő minta esetén: **páros t-próba**

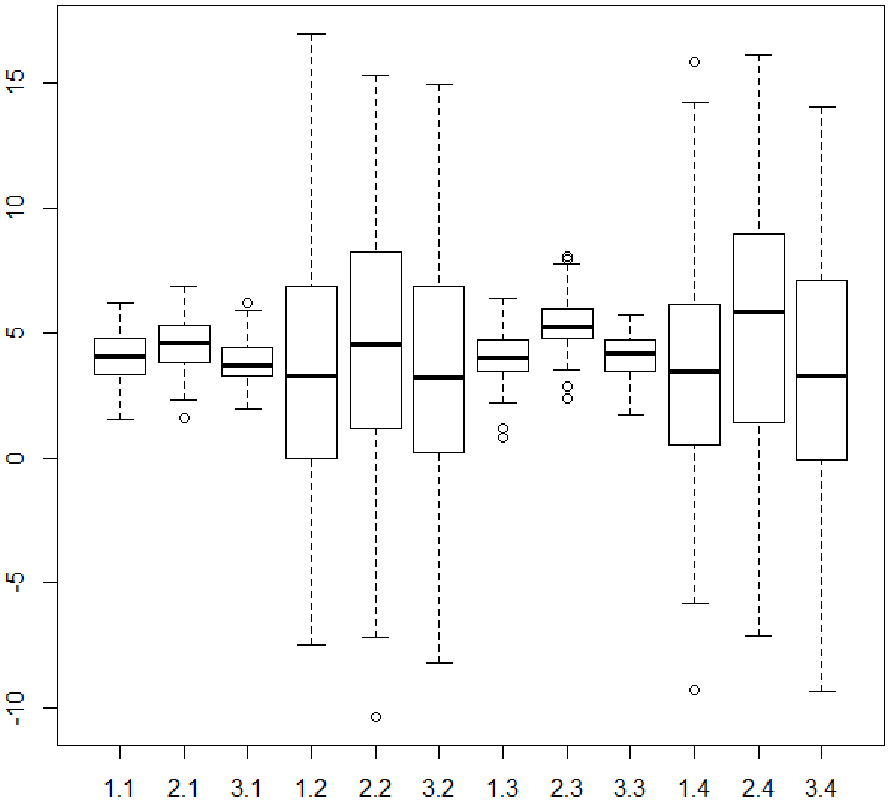
Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy a két alapsokaság várható értéke megegyezik?

H_0: $\mu_1 = \mu_2$
H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ (kétoldali ellenhipotézis) VAGY $\mu_1 < \mu_2$ (egyoldali e.h.) VAGY $\mu_1 > \mu_2$ (egyoldali e.h.)

Feltételek: A különbségváltozó normális eloszlású.
Feltétel ellenőrzése: (egy darab) normalitásvizsgálat a **különbségváltozóra**.

<u>Több független minta esetén: **Varianciaanalízis (ANOVA)**</u>

A nevével ellentétben a várható értékekre vonatkozik, a varianciákat csak felhasználja ehhez!!!



Kérdés: a minta alapján elfogadhatjuk-e azt az elképzelést, hogy az összes (k darab) alapsokaság várható értéke megegyezik?

… A különböző gazdaságokból érkezett paradicsomok tömege megegyezik-e?...

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$

H_1: vannak olyan i, j indexek, amelyekre $\mu_i \neq \mu_j$ (az i. alapsokaság és a j. alapsokaság várható értéke nem egyezik meg), *azaz nem mindegyik várható érték egyenlő*

Ez nem jelenti, hogy mindegyik különbözik mindegyiktől, csak annyit, hogy nem mind egyformák!

Feltételek:

1. Szóráshomogenitás: a szórások egyenlősége minden csoportban.
   Feltétel ellenőrzése:
   H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_k^2$
   H_1: vannak olyan i, j indexek, amelyekre $\sigma_i^2 \neq \sigma_j^2$ (az i. alapsokaság és a j. alapsokaság varianciája nem egyezik meg), *azaz nem mindegyik variancia egyenlő*
   Módszer: Levene-próba VAGY Bartlett-próba

2. A reziduumok (az értékeknek a csoportátlagoktól való eltérése) normalitása
   Feltétel ellenőrzése: normalitásvizsgálat a reziduumokra.
   H_0: a reziduumok eloszlása normális.
   H_1: a reziduumok eloszlása nem normális.
   Módszer: grafikus normalitásvizsgálat: QQ-plot
   (VAGY Shapiro-Wilk-próba / Kolmogorov-Smirnov-teszt)

3. A minták függetlenek. (Helyes mintavétel esetén teljesül.)

Számítások: a k csoportot és a k csoportban összesen n darab x_i adatot tartalmazó minta esetében

1. SS (Sum of Squares, négyzetösszeg) értékek

Teljes négyzetösszeg: $\mathrm{SS}_{\mathrm{Teljes}} = \sum_{i=1}^{n}\left(x_i - x_{átlag}\right)^2$, ahol $x_{átlag}$ a függő változó átlagos értéke a teljes adatsorban (csoportoktól függetlenül).

Csoporton belüli négyzetösszeg: $\mathrm{SS}_{\mathrm{Csoporton\ belüli}} = \sum_{i=1}^{n}\left(x_i - x_{k.csoportátlag}\right)^2$, ahol $x_{k.csoportátlag}$ a k. csoport átlaga.

Csoportok közötti négyzetösszeg: $\mathrm{SS}_{\mathrm{Csoportok\ közötti}} = \mathrm{SS}_{\mathrm{Teljes}} - \mathrm{SS}_{\mathrm{Csoporton\ belüli}}$

Nyilván ezeknek az összegeknek az értéke függ a megfigyelések, adatok és a csoportok számától is, nemcsak a változó ingadozásától!

2. MS (Mean Squares, átlagolt négyzetösszeg) értékek

Csoporton belüli átlagolt négyzetösszeg: $\mathrm{MS}_{\mathrm{Csoporton\ belüli}} = \mathrm{SS}_{\mathrm{Csoporton\ belüli}}/(n-k)$, ahol az *n–k* *szabadsági fokot* az *n* (teljes) mintaelemszám határozza meg.

Csoportok közötti átlagolt négyzetösszeg: $\mathrm{MS}_{\mathrm{Csoportok\ közötti}} = \mathrm{SS}_{\mathrm{Csoportok\ közötti}} / (k-1)$, ahol a *k–1* *szabadsági fokot* a csoportok *k* száma határozza meg.

3. F érték: a számított F-értéket a $F = \mathrm{MS}_{\mathrm{Csoportok\ közötti}} / \mathrm{MS}_{\mathrm{Csoporton\ belüli}}$ képlettel határozhatjuk meg.

Ha a csoportok közötti variabilitás kisebb – de legalábbis nem nagyobb – a csoporton belüli – jó esetben tisztán a véletlen számlájára írható – variabilitásnál, akkor az F érték alacsony lesz.

4. Ez a számított F-érték – a feltételek teljesülése esetén – (k – 1, n – k) szabadsági fokú F-eloszlást követ. Innen kaphatjuk a kritikus értéket vagy a p-értéket / szignifikanciát.

Kiegyensúlyozott kísérleti elrendezés: minden csoport azonos (n/k) elemszámú. (Ez nem feltétlenül szükséges, de ha van rá lehetőség, érdemes így tervezni a kísérletet.)

Másik megközelítés (a varianciaanalízisre)*: a faktornak van-e hatása a függő változóra? – Ebben az esetben nem a csoportok közötti különbséget, hanem a faktor hatását vizsgáljuk, és nem csoportokról, hanem a faktor szintjeiről beszélünk.   A két megközelítés ugyanarról szól!*

A származási hely (mint faktor, csoportosító változó) hatással van-e a paradicsom tömegére?	⟷	*A különböző gazdaságokból érkező paradicsomok (mint csoportok) tömegei megegyeznek-e?*
faktor: származási hely		
szintjei: az egyes gazdaságok		*csoportok: az egyes gazdaságokból érkezett paradicsomok*
H_0: nincs hatással		*H_0: megegyeznek*
↴		↴
Ez azt jelenti, hogy a származási helytől függetlenül ugyanakkora a paradicsom tömege.	⟺	*Ez azt jelenti, hogy a különböző helyről érkező paradicsomok tömege ugyanakkora.*

```
AnovaModel.1 <- aov(tomeg_gramm ~ gazdasag, data=Paradicsom1)

summary(AnovaModel.1)
          Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
gazdasag   3   2139   712.9   0.615  0.609
Residuals 36  41704  1158.4

numSummary(Paradicsom1$tomeg_gramm , groups=Paradicsom1$gazdasag, statistics=c("mean", "sd"))
      mean       sd data:n
1 78.32000 38.80304     15
2 86.75000 38.99936      4
3 89.10000 25.21954      9
4 69.99167 31.58410     12
```

Megjegyzés: 1. ?aov, ?lm, ?akármi – online help
2. AnovaModel.1(vagy más: a model neve)$residuals – a reziduumok értéke
shapiro.test(AnovaModel.1$residuals) – *de nem jobb, csak más!*

Páronkénti összehasonlítás – *post hoc* tesztek (pairwise comparisons)

(Csak) ha szignifikáns különbséget találunk, fontos kérdés, hogy mely csoportok várható értéke különbözik egymástól!

H_1: vannak olyan i, j indexek, amelyekre $\mu_i^2 \neq \mu_j^2$

… Jó, de vajon melyik i, j indexek ilyenek?

k csoport esetén $\binom{k}{2}$ összehasonlítást kell elvégezni. Ez *k* növekedésével négyzetesen nő!

Még ha nincs is különbség, sok teszt esetén a véletlen is okozhat néhány erősen különböző mintát.

Erre különböző korrekciókat dolgoztak ki (Scheffe, Tukey*, Bonferroni, …).

* Az R Commander ezt használja.

A fent tárgyalt ANOVA modell az úgynevezett ***egytényezős, teljes véletlen elrendezésű ANOVA***.

Lehetőség van egyszerre több tényező (faktor, csoportosító változó) vizsgálatára is. (Itt igen fontos az „egyszerre” kifejezés. Természetesen semmi nem tiltja, hogy külön-külön ANOVÁ-kat végezzünk különböző változók szerint, de ha a modellben több változó szerepel, ezeknek kölcsönhatását is tudjuk vizsgálni, és némely olyan dolgot is észrevehetünk, ami több külön vizsgálat alapján nem lenne nyilvánvaló.)

A kérdés mindig az alapsokaságra vonatkozik!

A döntést a minta alapján – a számítások segítségével – hozzuk, de az alapsokaságra vonatkozóan.

(mintaelemszám ⟷ szabadsági fok…)